الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات



امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
دورة: 2018

الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات
المدة: 02 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5 .

2) عيّن العدد الطبيعي a بحيث يكون: $2018 = 4a + 2$.

3) بيّن أنّ العدد: $2^{2018} + 2017^8 - 5$ يقبل القسمة على 5.

4) أ) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $12^n \equiv 2^n [5]$ و $(-3)^n \equiv 2^n [5]$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث: $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0[5]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

1) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = n^2 - 1$

المتتالية (u_n): أ) متزايدة تماما ب) متناقصة تماما ج) ليست رتيبة

2) (v_n) متتالية هندسية حدها الأول $v_1 = 3$ و أساسها $q = 2$

عبارة الحد العام للمتتالية (v_n) هي:

أ) $v_n = 3\times 2^n$ ب) $v_n = 3\times 2^{n-1}$ ج) $v_n = 2\times 3^n$

المجموع $S_n = v_1 + v_2 + ... + v_n$ يساوي :

أ) $3(2^n - 1)$ ب) $(2^n - 1)$ ج) $2(3^n - 1)$

3) صندوق به 10 كريات لانفرق بينها عند اللمس مرقمة من 11 إلى 20، نسحب عشوائيا كرية واحدة.

احتمال الحصول على كرية تحمل عددا مضاعفا لـ 3 هو:

أ) $\frac{1}{3}$ ب) $\frac{3}{10}$ ج) $\frac{7}{10}$

احتمال الحصول على كريّة تحمل عددا فرديا ومضاعفا لـ 3 هو:

أ) $\frac{9}{10}$ ب) $\frac{3}{10}$ ج) $\frac{1}{10}$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^3-3x^2$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب نهاية الدالة f عند كل من $+\infty$ و $-\infty$.

2) أ) احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها .

4) اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f)عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5) أ) تحقّق من أنّ النقطة O (مبدأ المعلم) والنقطة A ذات الفاصلة 3 هما نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

ب) ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f).

6) حلّ في $\mathbb{R}$ بيانيا المتراجحة: $f(x)>0$.

7) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)+4=(x+1)(x-2)^2$ ، ثم حلّ المعادلة $f(x)=-4$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

a و b عددان طبيعيان غير معدومين حيث $a=4b+6$.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4 .

2) بيّن أنّ a و b متوافقان بترديد 3 .

3) نضع $b=489$.

أ) تحقّق أنّ $a\equiv -1[13]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2018}+40^{2968}$ على 13 .

ج) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $a^{2n}+n+3$ قابلا للقسمة على 13 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدها الأول u_0 و أساسها q حيث:

$$u_0+u_1=30 \quad \text{و} \quad u_0\times u_2=576$$

1) بيّن أنّ $u_1=24$ ، ثم استنتج قيمة u_0.

2) بيّن أنّ $q=4$، ثم اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n.

3) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=18\times 4^n$، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

4) احسب 4^4، ثم تحقق أن العدد 1536 حد من حدود المتتالية (u_n) و عيّن رتبته .

5) احسب بدلالة n المجموع : $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=3-\dfrac{a}{x+1}$ حيث a عدد حقيقي.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I. عيّن العدد الحقيقي a بحيث يشمل المنحنى (C_f) النقطة O مبدأ المعلم.



II. نضع $a=3$.

1) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$: $f(x)=\dfrac{3x}{x+1}$

2) أ) احسب نهاية الدالة f عند كل حد من حدود مجالي تعريفها .

ب) استنتج معادلتي المستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f) .

3) أ) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 : $f'(x)=\dfrac{3}{(x+1)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكّل جدول تغيراتها.

4) b عدد حقيقي، (Δ) مستقيم معادلته $y=3x+b$.

عيّن العدد b حتى يكون المستقيم (Δ) مماساً للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0=-2$

5) ارسم المنحنى (C_f) .

انتهى الموضوع الثاني

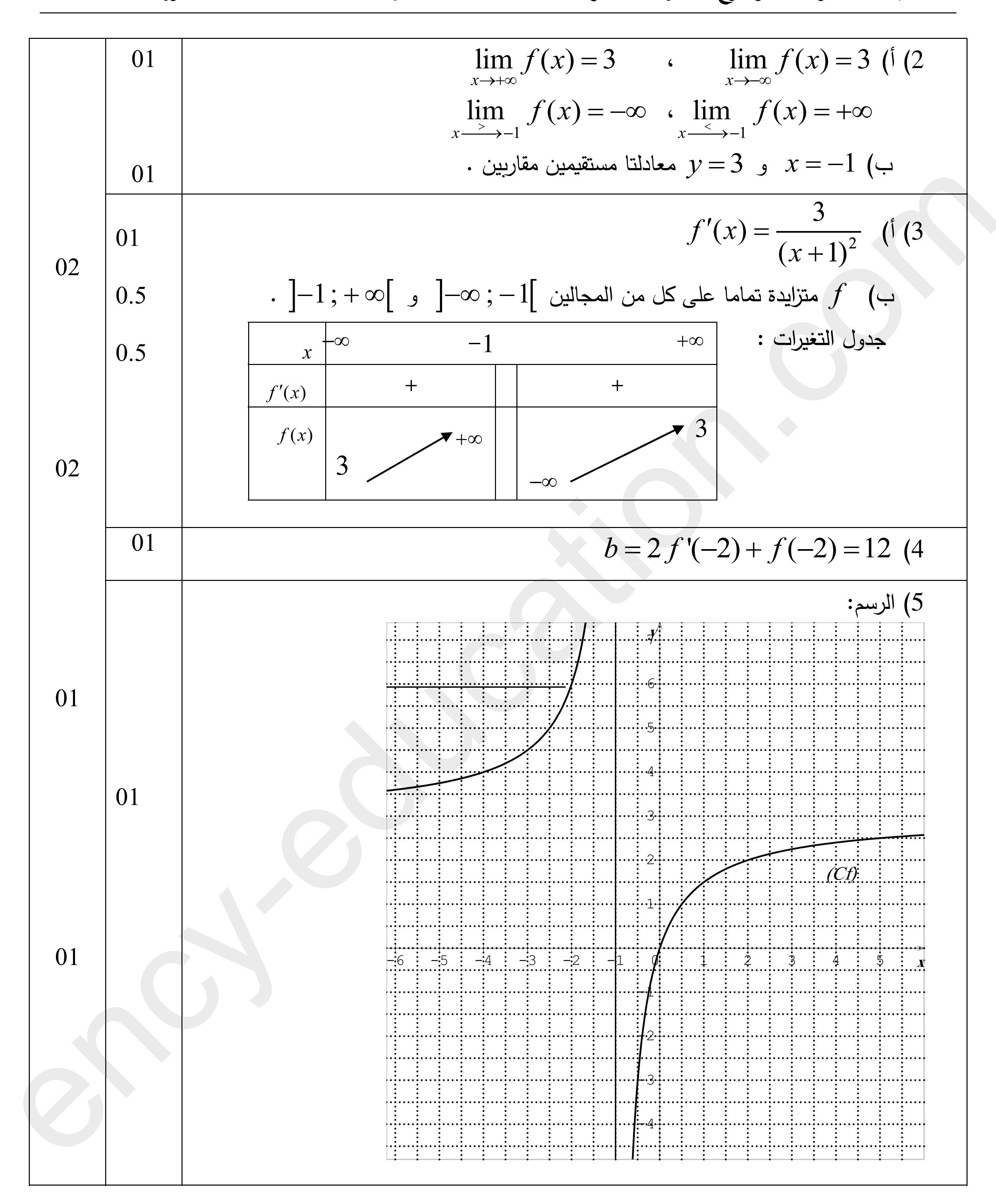
عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (04 نقاط) 1. بواقي قسمة 2^n على 5	4×0.25	01
2. العدد الطبيعي $a=504$	0.5	0.5
3. $2^{2018}+2017^8-5\equiv 4+1-5[5]$ ومنه $2^{2018}+2017^8-5$ يقبل القسمة على 5	3×0.5	01.50
4. أ. التحقق $12^n\equiv 2^n[5]$ و $(-3)^n\equiv 2^n[5]$	2×0.25	01
ب. قيم العدد الطبيعي حيث $12^n+(-3)^n-4\equiv 0[5]$ هي $k\in\mathbb{N}$ $n=4k+1$.	0.5	
التمرين الثاني: (07 نقاط): الاقتراح الصحيح الوحيد, مع التبرير: 1- (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=n^2-1$, *أ) المتتالية (u_n): متزايدة تماما	0.75x2	01.5
2- (v_n) متتالية هندسية حدها الأول $v_1=3$ و أساسها $q=2$ *عبارة الحد العام للمتتالية (v_n) هي: ب- $3\times 2^{n-1}$	0.75x2	02.5
*المجموع $v_1+v_2+.........+v_n$ يساوي : أ) $3(2^n-1)$	2x0.5	
3- صندوق به 10 كرات لانفرق بينها عند اللمس مرقمة من 11 إلى 20 , نسحب عشوائيا كرة واحدة *احتمال الحصول على كرة تحمل عددا مضاعف لـ 3 هو: ب- $\frac{3}{10}$....................	2x0.75	03
*احتمال الحصول على كرة تحمل عددا فرديا ومضاعف لـ 3 هو: ج- $\frac{1}{10}$................	2x0.75	
التمرين الثالث: (09 نقاط). 1- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	0.5x2	01
2 أ. $f'(x)=3x^2-6x$ دراسة الإشارة	0.75 01	3.25
ب. اتجاه تغير الدالة جدول تغيراتها	0.75 0.75	
3 – نقطة الانعطاف $w(1;-2)$	0.5	0.5

ency-education.com

0.75	0.75	4–معادلة المماس $y=-3x+1$
02	0.5x2 1	5 – أ) $f(3)=0$, $f(0)=0$ ب. الإنشاء
0.5	0.5	6- حلول المتراجحة : $]3;+\infty[$
01	0.5 0.5	7- $f(x)+4=(x+1)(x-2)^2$ حلول المعادلة هي 1- و 2

ency-education.com

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول:(06 نقاط) 1) $a=4q+2$ حيث $q=b+1$ ومنه باقي قسمة a على 4 هو 2 .	1	1
2) $a-b=3k$ حيث $k=b+2$ ومنه $a-b$ مضاعف للعدد 3 .	0.5	0.5
3) أ) $a=1962$ و $a+1\equiv 0[13]$ ومنه $a\equiv -1[13]$. ب) $a^{2018}\equiv 1[13]$ $40^{2968}\equiv 1[13]$ ومنه $a^{2018}+40^{2968}\equiv 2[13]$ ج) $a^{2n}+n+3\equiv 0[13]$ حيث $a^{2n}\equiv 1[13]$ ومنه $n\equiv 9[13]$ و عليه $n=13k'+9$ حيث k' عدد طبيعي.	0.5×3 1 1 0.5 0.5	4.5
التمرين الثاني:(06 نقاط) 1) $u_1{}^2=u_0\times u_2=576$ ومنه $u_1=24$. $u_0+u_1=30$ ومنه $u_0=6$.	01 0.50	1.5
2) $u_1=u_0\times q$ و منه $q=4$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=6\times 4^n$.	0.5 1 0.5	2
3) $u_{n+1}-u_n=18\times 4^n$ ، نستنتج أن (u_n) متزايدة تماما.	0.5	0.5
4) $4^4=256$ ، $u_n=1536$ ومنه $n=4$ إذن 1536 حد من حدود (u_n) رتبته 5 .	0.5×3	1.5
5) $s_n=8(4^n-1)$	0.5	0.5
التمرين الثالث:(08 نقاط) I. $a=3$	01	01
II. 1) $f(x)=\dfrac{3x}{x+1}$	01	01



الإجابة	مجزأة	المجموع
2) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=3$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ $\lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow} -1} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} -1} f(x)=-\infty$	01	02
ب) $x=-1$ و $y=3$ معادلتا مستقيمين مقاربين .	01	
3) أ) $f'(x)=\dfrac{3}{(x+1)^2}$	01	02
ب) f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty;-1[$ و $]-1;+\infty[$.	0.5	
جدول التغيرات :	0.5	
4) $b=2f'(-2)+f(-2)=12$	01	01
5) الرسم:	01	01

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+	||	+
$f(x)$	$3 \nearrow +\infty$	||	$-\infty \nearrow 3$

ملاحظة : تقبل كل الإجابات الصحيحة الأخرى